

# ТРУБОПРОВОДНЫЙ ТРАНСПОРТ

[теория и практика]

[www.vniist.ru](http://www.vniist.ru)

Журнал  
о передовых  
разработках  
в сфере  
трубопроводного  
транспорта

ВХОДИТ В ПЕРЕЧЕНЬ ВАК



#### технологии транспорта нефти и газа 4

Влияние теплоемкости трубы на процесс теплообмена при транспортировке природного газа

#### контроль качества 50

Инновационные подходы к организации системы контроля качества строительства: от технического задания на проектирование до реализации проекта

#### проектирование 14

Компьютерное 3D моделирование ореола оттаивания грунтов с повторно-жильными льдами вокруг нефтепровода

#### экология 43

Экспресс-оценка эффективности рекультивации пирогенных почв, а так же почв нарушенных техникой и загрязненных углеводородами

ISSN 1816-451X



№6 (40) 2013

# Компьютерное 3D моделирование ореола оттаивания грунтов с повторно-жильными льдами вокруг нефтепровода

Количественно показана геокриологическая опасность, выраженная в размере ореола оттаивания вокруг подземного нефтепровода при залегании в грунтах с мощными подземными льдами, в частности повторно-жильными. Проведено численное 3D моделирование ореола оттаивания и промерзания грунтов для трех случаев пересечений трубопровода с ледяной решеткой. Предложенную методику можно применять при проектировании трубопроводов в сложных инженерно-геологических условиях.



**И.А. Гишкелюк**  
Кандидат технических наук, директор по науке Simmakers Ltd, Минск



**Ю.В. Станиловская**  
Научный сотрудник лаборатории геокриологии Института геоэкологии имени Е.М. Сергеева РАН, Москва

## ► Ключевые слова / keywords:

- ореол оттаивания, нефтепровод, теплотехнический расчет, повторно-жильные льды, численное моделирование, 3D модель;
- thaw bulb, oil pipeline, thermal analysis, ice wedges, numerical simulation, 3d model

Основным негативным фактором для подземных нефтепроводов, проложенных в криолитозоне, является формирование ореолов оттаивания вокруг трубопровода, что приводит к осадке грунта. Отметим, что с точки зрения прочности нефтепровода, наибольшую опасность представляет его залегание в грунтах, содержащих крупные включения подземного льда, дающие при оттаивании термокарстовые провалы или просадку [1]. В связи с этим при проектировании и эксплуатации нефтепроводов обязательным является выполнение теплотехнического расчета, на основании которого прогнозируют формирование ореола оттаивания

вокруг нефтепровода. Поскольку геологическое строение грунтов с повторно-жильными льдами (ПЖЛ) имеет сложную и неоднородную структуру, прогнозирование требует определения трехмерного температурного поля в грунте с учетом фазовых переходов. Использование же двумерного моделирования не позволяет учесть реальную геометрию моделируемых объектов, включая ПЖЛ, и может привести к большим погрешностям расчета.

В настоящее время существует множество методик расчета теплового взаимодействия нефтепровода и многолетнемерзлого грунта, краткий анализ большинства из них представлен в

работе [2]. Однако ни одна из них не позволяет прогнозировать ореол оттаивания вокруг нефтепровода с учетом таких немаловажных факторов, как неоднородное геолого-литологическое строение разреза, изменение метеорологических условий во времени, наличие теплоизоляционных материалов, а также наличие в грунте неоднородных крупных включений льда. В статье использован программный комплекс FROST 3D ([www.simmakers.ru/frost-3d](http://www.simmakers.ru/frost-3d)), который позволяет решить эту задачу в трехмерной постановке с учетом перечисленных факторов для больших геометрических масштабов и многолетних прогнозов.

Целью работы является определение геокриологической опасности, численно выраженной в величине ореола оттаивания для подземного нефтепровода, залегающего в грунтах с ПЖЛ. Поставленная задача — рассчитать три сценария развития ореола оттаивания при тепловом взаимодействии нефтепровода и ПЖЛ на примере Чульманского участка трассы магистрального нефтепровода «Восточная Сибирь — Тихий Океан» (МН ВСТО-1) в течение двух лет с сентября 2011 г. Необходимость такого расчета обусловлена неопределенностью опасности возможного протаивания мощных подземных льдов на стадии эксплуатации нефтепровода. Впервые численно в трехмерной постановке оценивается ореол оттаивания вокруг нефтепровода, залегающего в грунтах с повторно-жильными льдами, с учетом многих факторов одновременно: изменения метеорологических условий во времени, температуры и скорости прокачиваемой по трубе нефти, толщины и типа теплоизоляции трубы, конструктивных особенностей траншеи, в которой размещен нефтепровод.

**Используемая математическая модель и численный метод**

Решение задачи расчета трехмерного поля температур вокруг нефтепровода требует рассмотрения нелинейного уравнения теплопроводности следующего вида:

$$C_{eff}(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\lambda(T) \text{grad}(T)), \quad (1)$$

где  $C_{eff}(T)$  — эффективная теплоемкость грунта (учитывающая наличие фазового перехода);  $\lambda(T)$  — теплопроводность грунта;  $T(x, y, z, t)$  — трехмер-

ное поле температур, изменяющееся с течением времени;  $t$  — время.

Известно, что уравнение (1) допускает аналитическое решение только в одномерном случае для полубесконечной прямой, что при проектировании трубопроводов на многолетнемерзлых грунтах не имеет никакой практической ценности. Рассмотрение же двухмерного случая, а тем более трехмерного, требует применения численных методов для решения уравнения теплопроводности (1).

В численном методе решения уравнения теплопроводности (1), используемом в программном комплексе FROST 3D, учтен как отечественный [3, 4], так и зарубежный опыт [5] решения задач теплопередачи. Рассматриваемое трехмерное уравнение теплопроводности решается с применением метода переменных направлений в соответствии со схемой Дугласа — Рекфорда [6, 7]:

$$\frac{C_{eff}(T_{ijs}^k)(T_{ijs}^* - T_{ijs}^k)}{\tau} = \frac{1}{\Delta_{\{i,j,s\}}} (\Lambda_x^+ + \Lambda_x^-) T_{ijs}^* + \frac{1}{\Delta_{\{i,j,s\}}} (\Lambda_y^+ + \Lambda_y^-) T_{ijs}^k + \frac{1}{\Delta_{\{i,j,s\}}} (\Lambda_z^+ + \Lambda_z^-) T_{ijs}^k, \quad (2)$$

$$\frac{C_{eff}(T_{ijs}^k)(T_{ijs}^* - T_{ijs}^k)}{\tau} = \frac{1}{\Delta_{\{i,j,s\}}} (\Lambda_y^+ + \Lambda_y^-) T_{ijs}^{**} - \frac{1}{\Delta_{\{i,j,s\}}} (\Lambda_y^+ + \Lambda_y^-) T_{ijs}^k, \quad (3)$$

$$\frac{C_{eff}(T_{ijs}^k)(T_{ijs}^{k+1} - T_{ijs}^{**})}{\tau} = \frac{1}{\Delta_{\{i,j,s\}}} (\Lambda_z^+ + \Lambda_z^-) T_{ijs}^{k+1} - \frac{1}{\Delta_{\{i,j,s\}}} (\Lambda_z^+ + \Lambda_z^-) T_{ijs}^k, \quad (4)$$

$$\text{где } \Lambda_a^+ T_{\{i,j,s\}} = \lambda_{\{i,j,s\}+1/2} \frac{T_{\{i,j,s\}+1} - T_{\{i,j,s\}}}{\Delta_{\{i,j,s\}}};$$

$$\Lambda_a^- T_{\{i,j,s\}} = \lambda_{\{i,j,s\}-1/2} \frac{T_{\{i,j,s\}-1} - T_{\{i,j,s\}}}{\Delta_{\{i-1,j-1,s-1\}}};$$

$a = \{x, y, z\}$ ;  $\lambda_{\{i,j,s\}}$  — теплопроводность в узле  $(i, j, s)$  пространственной сетки:

$$\bar{\omega}_l = \{m = (x_i, y_j, z_s): x_i = i \cdot l_x, y_j = j \cdot l_y, z_s = s \cdot l_z\}$$

Здесь  $i = 0, \dots, N_x; j = 0, \dots, N_y; s = 0, \dots, N_z; l_x = L_x / N_x; l_y = L_y / N_y; l_z = L_z / N_z$ , где  $l_{\{x,y,z\}} = \Delta_{\{i,j,s\}}$  — шаги пространственной сетки, соответствующие расстояниям между узлами с индексами  $\{i, j, s\}$  и  $\{i+1, j+1, s+1\}$ .

На временной прямой  $[0, t_{max}]$  вводится сетка:

$$\bar{\omega}_t = \{t_i = k \cdot \tau: 0 \leq t_i \leq t_{max}\}, \quad (5)$$

где  $k$  изменяется в пределах  $1 \leq k \leq t_{max} / \tau$ .

Таким образом, исходное уравнение теплопроводности (1) аппроксимируется схемой (2)–(5). Устойчивость этой схемы и сходимость получаемой с ее помощью последовательности решений к единственному решению исходной краевой задачи исследованы в работах [6, 7]. Преимуществом схемы Дугласа — Рекфорда является ее малая вычислительная сложность по сравнению с другими конечно-разностными схемами и методом конечных элементов. Это позволяет производить расчеты сложных задач с большими числами узлов пространственных сеток за короткое время.

Для верификации реализованных методов результаты расчетов серии



а



б

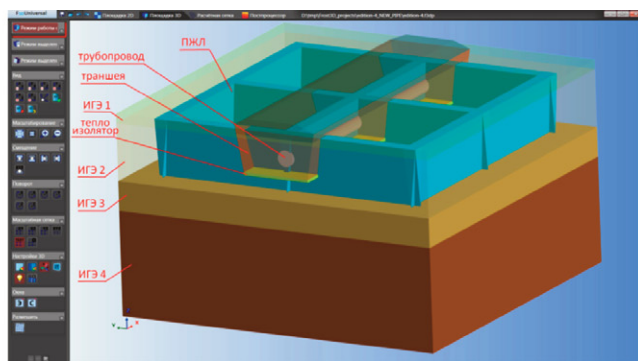
**рисунок 1.**

Участок с термокарстом на террасе р. Чульман: а) аэровизуальное обследование 2011 г.; б) полевое обследование 2011 г.

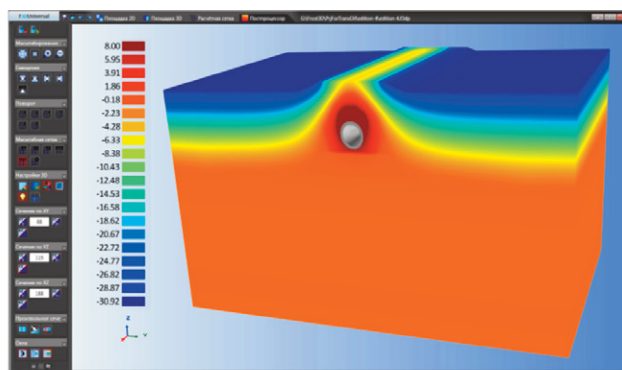
тестовых задач, полученных в программе FROST 3D, сравнивались с результатами расчетов широко известных программных комплексов ANSYS и COMSOL, а также с аналитическими решениями. Выбор программ ANSYS и COMSOL обусловлен тем, что это — одни из немногих универсальных программных средств, позволяющие моделировать разнооб-

разные физические процессы, в том числе и теплопередачу в грунте. Однако создание трехмерной компьютерной модели, которая учитывает неоднородное геолого-литологическое строение грунта и резкое изменение теплофизических свойств грунтов в результате фазовых превращений, даже в этих программах практически невозможно.

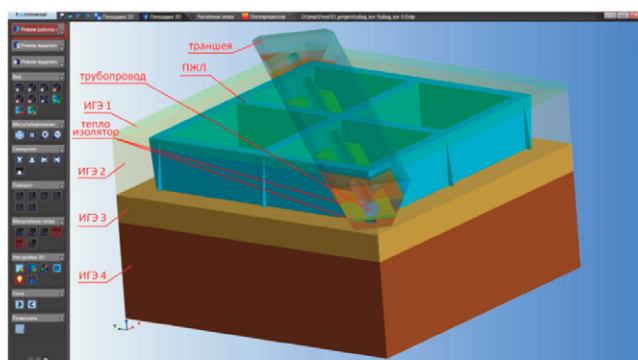
Сравнение показало, что результаты расчетов тестовых задач теплопередачи с фазовыми превращениями, полученные программой FROST 3D, значительно ближе к аналитическим решениям, чем результаты программ ANSYS и COMSOL, а скорость расчета на порядок быстрее. Верификация расчетов программ путем сравнения результатов моделирования с результатами,



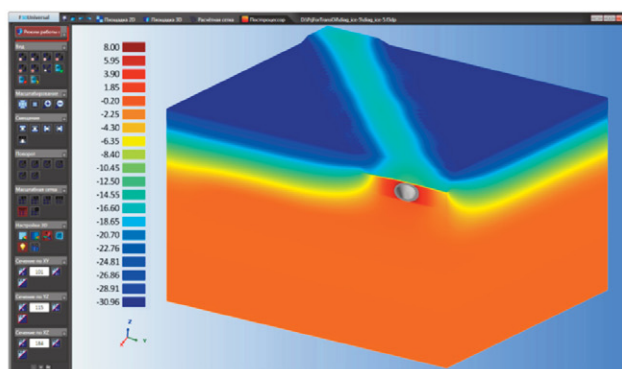
а)



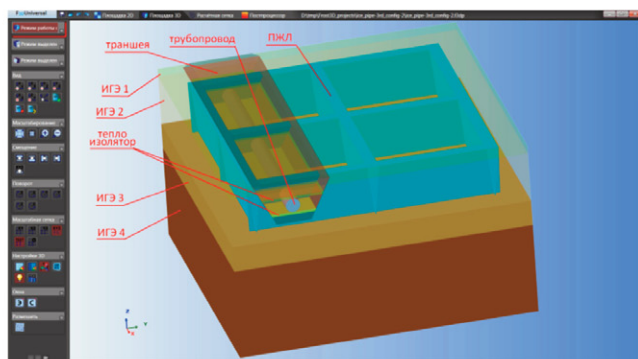
б)



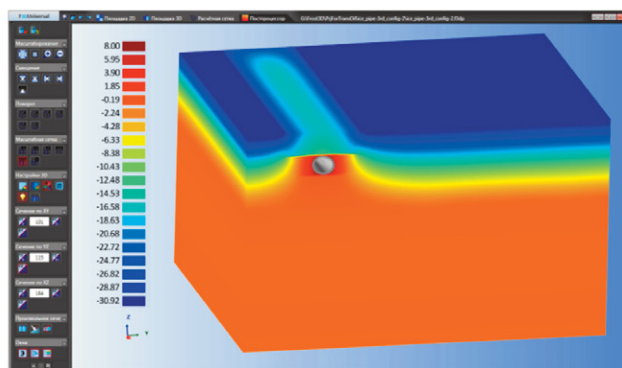
в)



г)



д)



е)

**рисунок 2.**

Конфигурация взаимного расположения нефтепровода и решетки повторно-жильных льдов и рассчитанное трехмерное температурное поле в программе FROST 3D: трубопровод проходит на границе раздела ячеек решеток ПЖЛ (а, г); трубопровод проходит вдоль диагоналей ячеек решеток ПЖЛ (б, д); трубопровод проходит параллельно границе раздела ячеек решеток ПЖЛ (в, е)

полученными в программах прошедших широкую апробацию, является общепризнанной. В частности, в работе [8, стр. 61] сформулирован критерий достоверности результатов: “Когда вся серия по-разному решенных задач приводит к одному и тому же выводу — получен верный результат”.

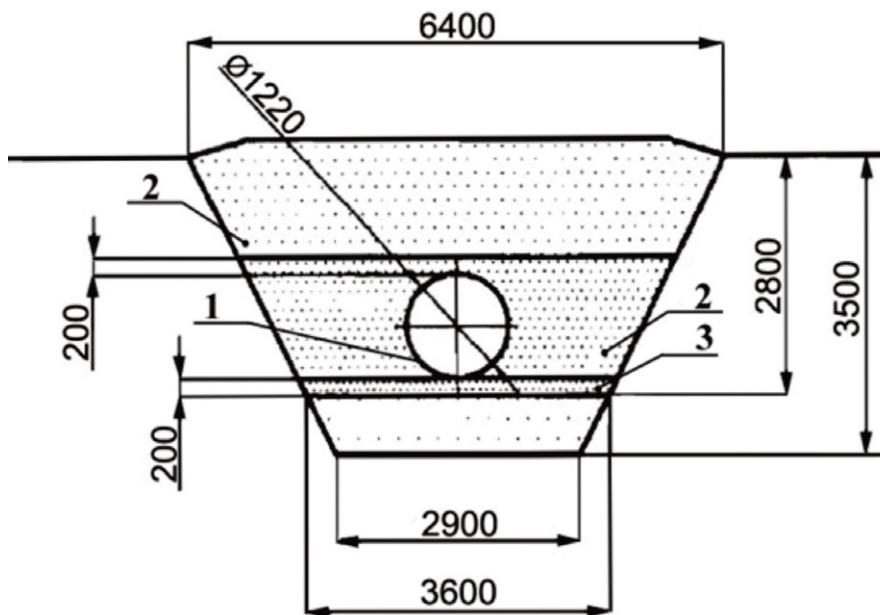
**Численное моделирование ореола оттаивания и анализ результатов**

Изученный участок нефтепровода ВСТО-1, расположен на правом борту р. Чульман (рисунок 1). В пределах второй надпойменной террасы с поверхности в разрезе вскрываются залежи подземных льдов мощностью до 4 м. В пределах мониторингового участка, в нижней части склона развиты многолетнемерзлые породы сплошного распространения с предполагаемой мощностью 30–50 м и среднегодовой температурой грунтов –1,1°С.

С целью анализа влияния взаимного расположения полигональной решетки с подземными льдами и нефтепровода на формируемый ореол оттаивания были проведены расчеты трехмерного температурного поля для трех типичных конфигураций: I — трубопровод проходит на границе раздела ячеек решеток ПЖЛ, II — трубопровод проходит вдоль диагоналей ячеек решеток ПЖЛ, III — трубопровод проходит параллельно границе раздела ячеек решеток ПЖЛ (рисунок 2). Линейные размеры областей моделирования составляют 25×25 м в горизонтальной плоскости и 15 м в глубину. В рассматриваемой области по инженерно-геологической скважине ТС-2301-1 воспроизводилась следующая геометрия ПЖЛ: глубина залегания льдов — 0,7 м, их мощность — 4,3 м. Поскольку точные размеры и строение повторно-жильных льдов в процессе разных видов обследований не устанавливались, то ширина клиньев задавалась равная 1 м. Размер полигонов в соответствии с шириной растущих оврагов приближен к 10 м. Размещение трубопровода осуществлялось в траншее согласно схеме, приведенной на рисунке 3.

Для всех представленных конфигураций повторно-жильных льдов и трубопровода производилась дискретизация области моделирования на гексаэдрическую расчетную сетку, состоящую из 2 905 980 узлов.

Для проведения теплотехнического расчета теплофизические свойства грунтов вокруг траншеи с нефтепрово-



**рисунок 3.** Схема расположения нефтепровода в траншее 1 — трубопровод; 2 и 3 — техногенные грунт

таблица 1

Теплофизические характеристики грунтов вокруг траншеи с нефтепроводом

Номер ИГЭ	Грунт	Мощность слоя, м	Коэффициент теплопроводности $\lambda_t / \lambda_m$ , Вт/(м·К)	Объемная теплоемкость $C_t / C_m$ , кДж/(м <sup>3</sup> ·К)	Объемная влажность грунта, м <sup>3</sup> /м <sup>3</sup>
1	Торф	0,7	0,5 / 2	3600 / 1300	0,33
2	Торф преимущественно среднеразложившийся, пластичномерзлый льдистый. Содержит ПЖЛ	4,3	0,5 / 2	3600 / 1300	0,33
3	Супесчано-суглинистый грунт, льдистый	2,2	1,45 / 2,3	2867 / 2030	0,57
4	Супесчано-суглинистый грунт с повышенным содержанием льда	7,8	1,25 / 2,3	3160 / 205	0,42

таблица 2

Теплофизические свойства материалов в траншее нефтепровода

Номер ИГЭ	Грунт	Мощность слоя, м	Коэффициент теплопроводности $\lambda_t / \lambda_m$ , Вт/(м·К)	Удельная теплоемкость $C_t / C_m$ , кДж/(м <sup>3</sup> ·К)
1	Техногенный грунт	1,5 / 2,25	2500 / 1842	0,65
2	Теплоизоляционный материал – пеноплэкс	0,03 / 0,033	1205 / 605	0,15

таблица 3

Распределение температуры по глубине по данным измерений в ТС-2301-1

$h, \text{ м}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$T, \text{ }^\circ\text{C}$	2,3	2,1	-0,3	-0,6	-0,6	-0,9	-1,0	-1,1	-1,2	-1,1	-1,1	-1,1	-1,0	-1,1	-1,1

таблица 4

Зависимость коэффициента теплообмена и температуры среды от месяца года

Месяц года	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\alpha_{\text{пов}}, \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$	0,38	0,36	0,36	0,62	5,01	39,59	38,51	36,38	34,98	1,62	0,69	0,47
$T_{\text{ср}}, \text{ }^\circ\text{C}$	-30	-25,1	-13,95	-4,35	5,05	16,4	16,85	13,35	4,5	-5,1	-23,6	-32,45

дом задавались согласно таблице 1. Для повторно-жильных льдов задавалась теплоемкость, равная  $1860 \text{ кДж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$ , и теплопроводность —  $2.25 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ . Используемые в расчете теплофизические свойства техногенного грунта в траншее нефтепровода и теплоизоляционного материала представлены в таблице 2.

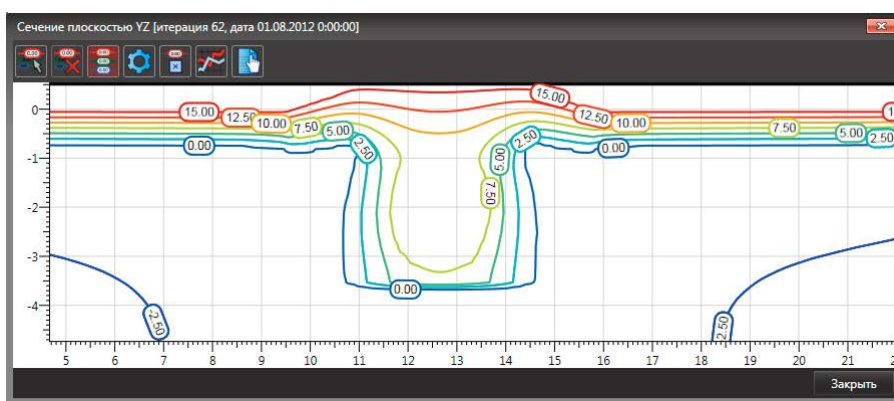
Начальное температурное поле в моделируемой области задавалось по данным замеров в термометрической скважине ТС-2301-1 на дату 26.09.2011 (таблица 3).

На границе области моделирования задавались следующие граничные условия. На нижней границе области моделирования задавалось граничное условие первого рода с постоянной температурой, равной  $-1,1 \text{ }^\circ\text{C}$ . На всех боковых границах области моделирования задавалось равенство теплового потока к нулю. Для учета теплообмена поверхности грунта с атмосферой на верхней границе моделируемой области задавалось граничное условие третьего рода с коэффициентом теплообмена  $\alpha_{\text{пов}}$  и температурой среды  $T_{\text{ср}}$ , изменяющимися во времени согласно таблице 4.

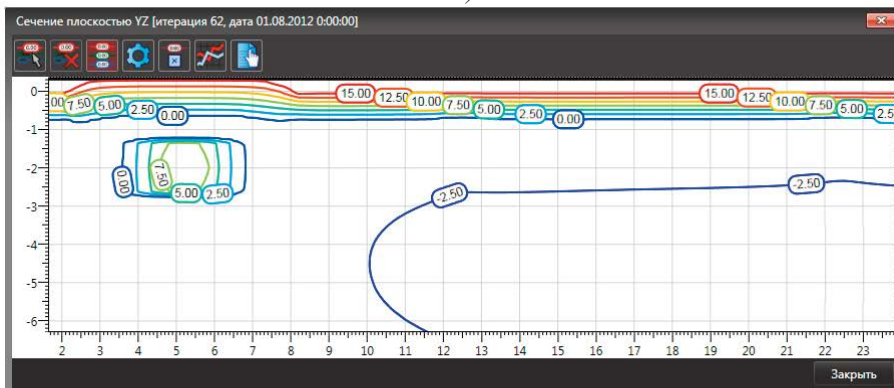
Предполагалось, что нефть перекачивается по трубе при температуре  $T_{\text{н}} = +8^\circ\text{C}$  [9]. Теплообмен между трубой и грунтом учитывался путем задания граничного условия третьего рода на границе труба-грунт, при этом коэффициент теплообмена  $\alpha_{\text{тр}}$  вычислялся с использованием уравнений:

$$\alpha_{\text{тр}} = \left( \frac{D}{\text{Nu} \cdot \lambda_{\text{н}}} + \frac{\delta_{\text{с}}}{\lambda_{\text{с}}} + \frac{\delta_{\text{т}}}{\lambda_{\text{т}}} \right), \quad (6)$$

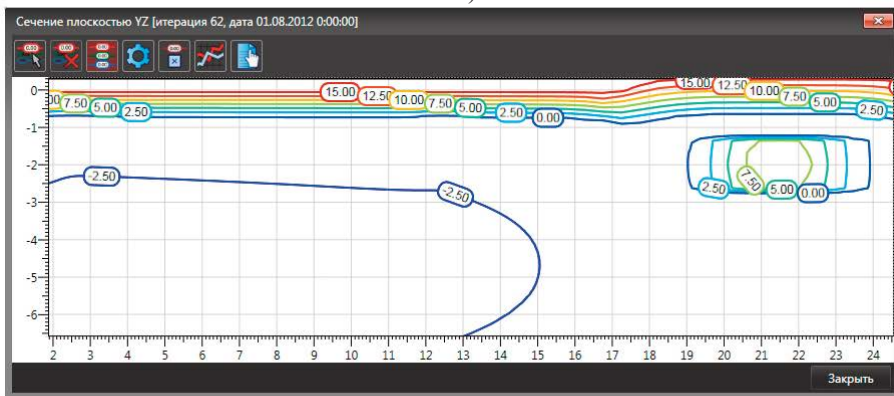
где  $\text{Nu}$  — число Нуссельта;  $D$  — внутренний диаметр трубопровода;  $\lambda_{\text{н}}$ ,  $\lambda_{\text{с}}$  и  $\lambda_{\text{т}}$  — теплопроводность нефти, стенки трубопровода и теплоизоляции трубо-



а)



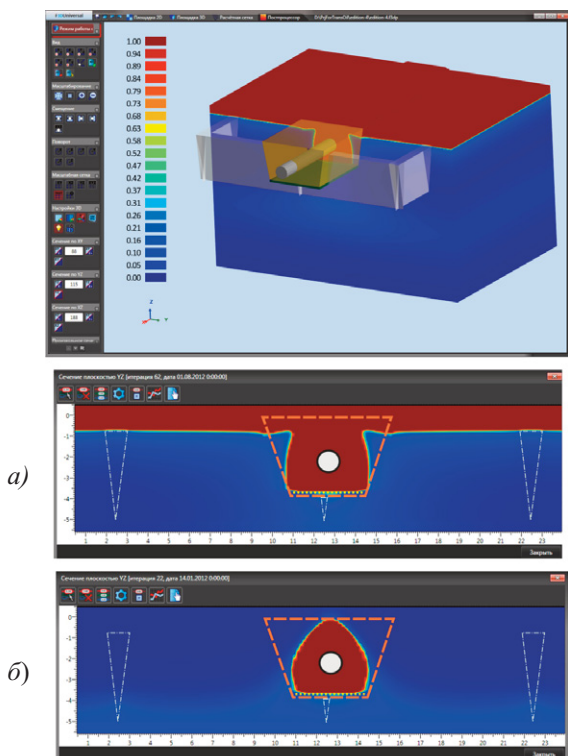
б)



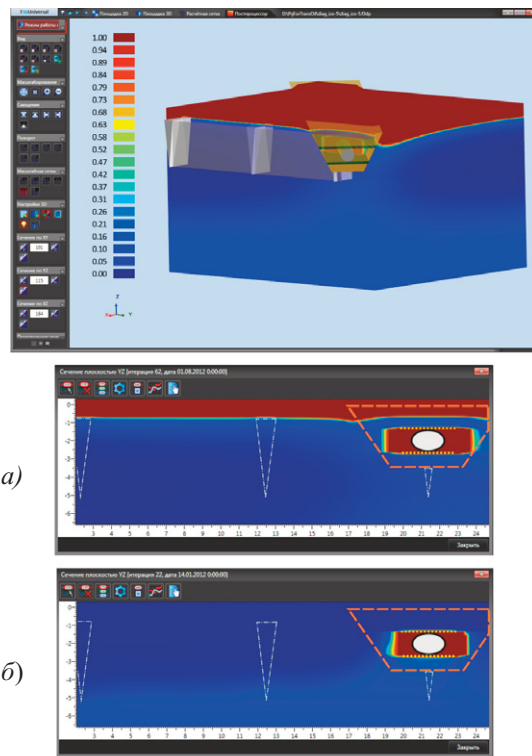
в)

**рисунок 4.**

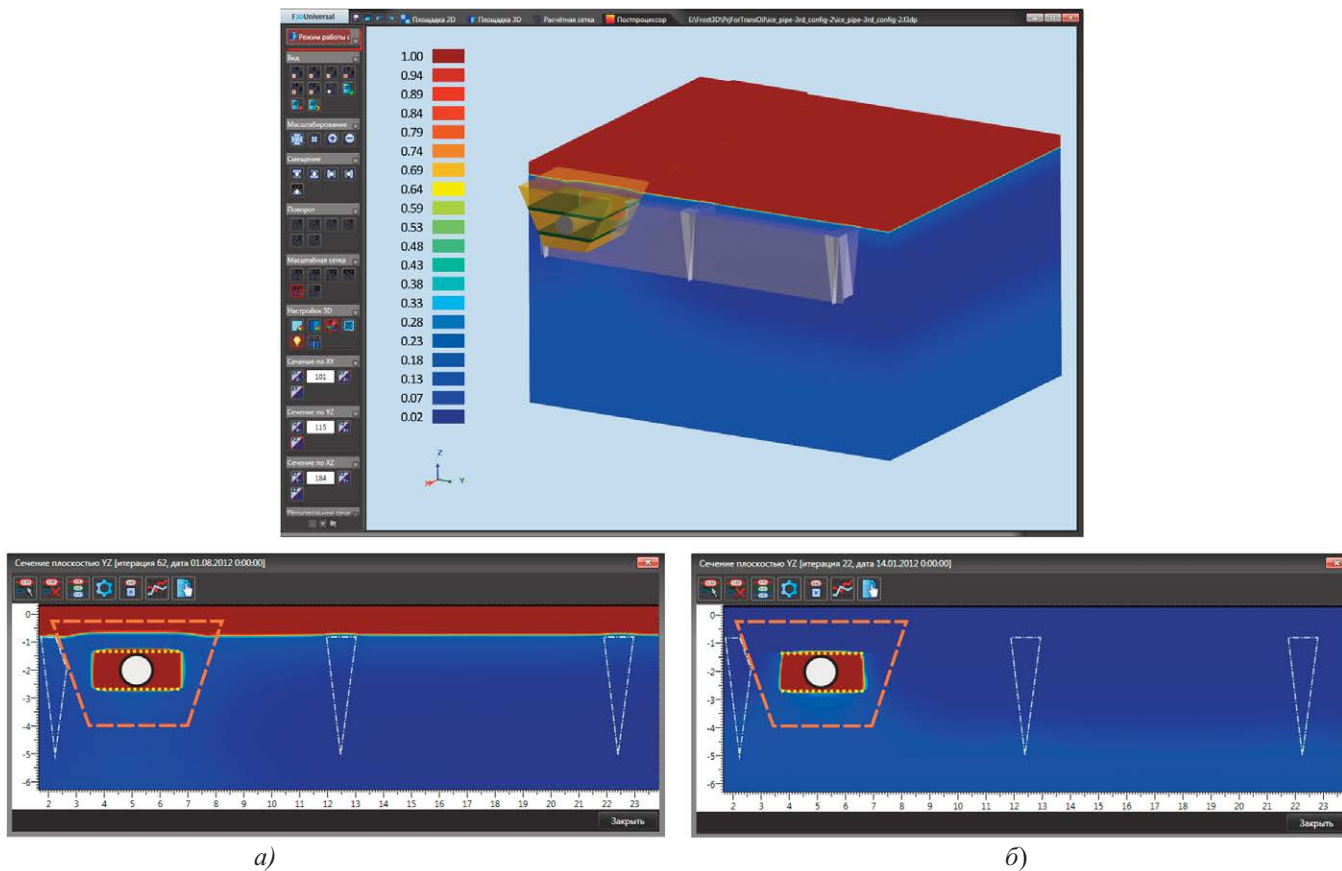
Результаты расчета теплового поля в виде изолиний температур в поперечном сечении моделируемой области в августе: для первой конфигурации «ПЖЛ-нефтепровод» (а), для второй конфигурации (б) и для третьей конфигурации (в)



**рисунок 5.** Ореол оттаивания вокруг нефтепровода при первой конфигурации «ПЖЛ-нефтепровод» в августе (а) и январе (б).



**рисунок 6.** Ореол оттаивания вокруг нефтепровода при второй конфигурации «ПЖЛ-нефтепровод» в августе (а) и январе (б)



**рисунок 7.** Ореол оттаивания вокруг нефтепровода при третьей конфигурации «ПЖЛ-нефтепровод» в августе (а) и январе (б)

**ВЫВОДЫ**

Результаты численного моделирования ореола оттаивания грунтов с повторно-жильными льдами вокруг нефтепровода показывают, что такие инженерные мероприятия, как укладка нефтепровода в траншею, в которой удалены крупные включения подземного льда, и использование теплоизоляции эффективно снижают оттаивание повторно-жильных льдов. По расчетам за два года установлено, что максимальное оттаивание грунта вокруг нефтепровода формируется в направлениях, в которых отсутствует теплоизолятор, и не превышает 1,2 м. Ореол оттаивания, растущий в латеральном направлении, может быть опасен для объектов, находящихся рядом с трубопроводом (ЛЭП, притрассовые дороги и пр.). Получены результаты за два расчетных года, в то время как программный комплекс позволяет прогнозировать дальнейшее развитие ореола оттаивания на 5, 10, 30 лет вперед для любой задаваемой конфигурации ледяных и иных включений.

Проведенные исследования показали, что трехмерное компьютерное моделирование является эффективным инструментом для количественной оценки геокриологической опасности в грунтах, содержащих крупные включения подземного льда. В частности, использование программы FROST 3D позволило оценить степень оттаивания и промерзания грунтов вокруг нефтепровода для различных вариантов взаимного расположения полигональной решетки с подземными льдами и нефтепровода с учетом влияния следующих факторов: геолого-литологического строения разреза, метеорологических условий, температуры и скорости прокачиваемой по трубе нефти, толщины и типа теплоизоляции трубы и конструктивных особенностей траншеи, в которой размещен нефтепровод.

провода соответственно,  $\delta_c$  и  $\delta_t$  — толщина стенки трубопровода и теплоизоляции трубопровода, соответственно.

Число Нуссельта в выражении (6), определяющее коэффициент теплообмена от прокачиваемой нефти к стенке трубы, рассчитывается с использованием уравнения [10]:

$$Nu = \frac{0.023 Pr Re^{0.8}}{1 + 2.14 Re^{-0.1} (Pr^{2/3} - 1)}, \quad (7)$$

где  $Re$  — число Рейнольдса;  $Pr$  — число Прандтля.

Таким образом, предполагая, что средняя скорость прокачки нефти составляет 30 тонн в год, толщина стенки трубы равна 10 мм и толщина теплоизоляции трубопровода 70 мм, в соответствии с уравнениями (6)–(7), получаем коэффициент теплообмена от нефтепровода к грунту, равный:  $\alpha_{тр} = 1,14 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ .

Для всех трех конфигураций «ПЖЛ-нефтепровод» предполагалось наличие в траншее теплоизолирующего материала под трубой (рисунок 2 а), а также над трубой (рисунок 2 а и б).

На рисунке 4 представлены результаты расчета температурного поля в виде изолиний температур в поперечном сечении моделируемой области вокруг нефтепровода. Как видно из рисунка 4, взаимное расположение решетки ПЖЛ и трубопровода заметно влияет на изменение температурного поля в грунте с течением времени. Отсутствие аксиальной симметрии температурного поля в окрестности трубы обусловлено наличием теплоизоляционных материалов. Поскольку амплитуда сезонных колебаний температур является одним из важнейших факторов для интенсив-

ности просадки и морозного пучения грунтов, определение таких параметров, как скорость оттаивания и промерзания, имеет первостепенное значение. Известно, что наиболее опасны значения скорости промерзания от 1–2 до 4–5 см/сут [11]. По результатам анализа полученных расчетных данных было установлено, что амплитуда годовых колебаний температурного поля в грунте в окрестности трубопровода варьируется в пределах 3–5 °С. В то же время, результаты расчета показали, что скорость промерзания грунта не превышает 0,7 см/сут.

На рисунках 5–7 представлено трехмерное распределение ореолов оттаивания грунта вокруг нефтепровода, рассчитанное в программе FROST 3D. Из результатов моделирования видно, что ореол оттаивания вокруг нефтепровода преимущественно распространяется в направлениях, в которых отсутствует теплоизолятор, и достигает максимальной величины в августе: 1,2 м для первой конфигурации «ПЖЛ-нефтепровод» и 0,9 м для второй и третьей конфигураций. Однако, из рисунка 5 видно, что тепловое влияние нефтепровода не привело к таянию ПЖЛ под ним. Это обстоятельство связано с тем, что во всех трех рассматриваемых случаях трубопровод располагается в траншее с техногенным грунтом, из которой удалили подземный лед и разместили теплоизоляционный материал.

1. Бородавкин П.П. Подземные магистральные трубопроводы. М.: Недра, 1982. 384 с.
2. Зотов М.Ю., Ушаков И.В., Димов И.Л., Олейникова А.О. Опыт применения программных комплексов для расчета напряженно-де-

формированного состояния нефтепроводов, прокладываемых на вечномерзлых грунтах // Наука и технологии трубопроводного транспорта нефти и нефтепродуктов. 2012. № 2. С. 61–65.

3. Кудрявцев С.А. Численное моделирование процесса промерзания, морозного пучения и оттаивания грунтов // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2004. Т.1. № 5. С. 21–26.
4. Абжалимов Р.Ш. Определение расчетных значений распределения отрицательной температуры в грунтах по глубине промерзания // Развитие городов и геотехническое строительство. 2007. Т.2. № 11. С. 204–210.
5. Thomas H.R., Cleall P., Li Y.C., Harris C., Kern-Leutschg M. Modelling of cryogenic processes in permafrost and seasonally frozen soils // Geotechnique. 2009. Vol. 59. No. 3. P. 173–184.
6. Dauzhenka T.A., Gishkeluk I.A. Quasilinear heat equation in three dimensions and Stefan problem in permafrost soils in the frame of alternating directions finite difference scheme // Proceedings of the World Congress on Engineering 2013. WCE 2013. July 3–5. London. UK. P. 1–6.
7. Dauzhenka, T.A., Gishkeluk, I.A. Consistency of the Douglas — Rachford splitting algorithm for the sum of three nonlinear operators: application to the Stefan problem in permafrost soils // Applied and Computational Mathematics. 2013. Vol. 2. Issue 4. P. 100–108.
8. Улицкий В.М., Шашкин А.Г., Шашкин К.Г. Гид по геотехнике. СПб.: ПИ Георекострукция, 2010. 208 с.
9. Ершов Е.Д. Общая геокриология. М.: Изд-во МГУ, 2002. 682 с.
10. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979. 416 с.
11. Кудрявцев С.А., Тюрин И.М. Теория и практика проектирования фундаментов зданий и сооружений в пучиноопасных грунтах Дальнего Востока. Хабаровск: ДВГУПС, 1999. 83 с.